Assam Academy of Mathematics
Assam Mathematics Olympiad 2023
Category I (Classes V - VI)
20th August 2023

Full marks : 100 Time : 3 hours

There are 18 questions. Questions 1 to 5 carry 2 marks each. Questions 6 to 13 carry 5 marks each. Questions 14 to 18 carry 10 marks each.

ইয়াত 18 টা প্ৰশ্ন আছে। 1 ৰ পৰা 5 লৈ প্ৰতিটো প্ৰশ্নত 2 নম্বৰকৈ আছে। 6 ৰ পৰা 13 লৈ প্ৰতিটো প্ৰশ্নত 5 নম্বৰকৈ আছে। আৰু 14 ৰ পৰা 18 লৈ প্ৰতিটো প্ৰশ্নত 10 নম্বৰকৈ আছে।

There may be various other ways of solutions than those shown here. Queries or suggestions regarding the solutions can be mailed to mail@aamonline.in
ইয়াত দেখুওৱা ধৰণবিলাকৰ বাহিৰেও প্ৰশ্নবোৰৰ সমাধানৰ আন বিভিন্ন উপায় থাকিব পাৰে। সমাধানবোৰৰ বিষয়ে কিবা প্ৰশ্ন বা পৰামৰ্শ থাকিলে mail@aamonline.in লৈ মেইল কৰিব পাৰে।

1. You are given the digits $0, 2, 4, 6, 8$. S is the smallest and L is the largest number of 5 digits that you can form with these digits without repeating any of the digits. What is the value of $L - S$?

   তোমাক 0,2,4,6,8 এই অংককেইটা দিয়া হৈছে। কোনো অংকৰ পুনৰাবৃত্তি নকৰাকৈ প্ৰদত্ত অংককেইটাৰে লিখিব পৰা ৫টা অংকবিশিষ্ট আটাইতকৈ সৰু সংখ্যা হ'ল S আৰু আটাইতকৈ ডাঙৰ সংখ্যা হ'ল L। $L - S$ ৰ মান কিমান?

   Ans : $L = 86420$ and $S = 20468$. So, $L - S = 65952$.

2. The sum of two consecutive odd numbers is 2032. Find the numbers.

   দুটা ক্ৰমিক অযুগ্ম সংখ্যাৰ যোগফল 2032 । সংখ্যা দুটা নিৰ্ণয় কৰা।

   Ans : Let the two consecutive odd numbers be $x - 1, x + 1$. Thus the sum is $2x = 2032$. So, $x = 1016$. The numbers are $1016 - 1 = 1015$ and $1016 + 1 = 1017$.

3. The town newspaper is published every day. One copy has 12 pages. Everyday 11,980 copies are printed. How many total pages are printed everyday?

   নগৰৰ বাতৰিকাকতখন প্ৰতিদিনে প্ৰকাশ পায়। এখন বাতৰিকাকতত 12 টাকৈ পৃষ্ঠা থাকে। প্ৰতিদিনে 11,980 খন বাতৰিকাকত ছপা কৰা হয়। প্ৰতিদিনে মুঠ কিমানটা পৃষ্ঠা ছপা কৰা হয় ?

   Ans : Required number of copies printed everyday is $11980 \times 12 = 143760$.

4. What is the smallest number that should be multiplied with 2023 in order to make it a perfect square ?

   2023 ৰ লগত আটাইতকৈ সৰু কি সংখ্যা পূৰণ কৰিলে পূৰণফলটো এটা পূৰ্ণবৰ্গ সংখ্যা হ'ব?

   Ans : Resolving into factors, $2023 = 7 \times 17 \times 17$. So, we need to multiply 2023 by 7 in order to make it a perfect square.

5. The smallest angle in a right-angled triangle is one-third of the largest angle. Find all the angles of the triangle.

এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ আটাইতকৈ সৰু কোণটো আটাইতকৈ ডাঙৰ কোণটোৰ এক তৃতীয়াংশৰ সমান। ত্ৰিভুজটোৰ কোণকেইটাৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

Ans : Largest angle in a right-angled triangle is 90^0. So the smallest angle = $\frac{1}{3} \times 90^0 = 30^0$. Hence, the required angles are 30^0, 60^0, 90^0.

6. The distance between the school and Akriti's house is 1 km 575 m. She walks both ways everyday. Find the total distance, in km, covered by her in six days.

স্কুল আৰু আকৃতিৰ ঘৰৰ মাজৰ দূৰত্ব হৈছে 1 কি:মি: 575 মি:। তাই প্ৰতিদিনে ঘৰৰ পৰা স্কুললৈ আৰু স্কুলৰ পৰা ঘৰলৈ খোজ কাঢ়ি অহা যোৱা কৰে। ছয়দিনত তাই অতিক্ৰম কৰা মুঠ দূৰত্বৰ মান কিঃমিঃত নিৰ্ণয় কৰা।

Ans : Distance travelled each day = 2×1 km 575 m = 2×1575 m $= 3150$m. Thus, total distance covered in 6 days $= 6 \times 3150 = 18900$ m= 18.9 km.

7. The faces of a cube are marked with consecutive prime numbers starting from the smallest. What is the sum of the numbers marked on the faces of the cube ?

এটা ঘনকৰ পিঠিসমূহ যথাক্ৰমে আটাইতকৈ সৰু মৌলিক সংখ্যাটোৰ পৰা আৰম্ভ কৰি ক্ৰমিক মৌলিক সংখ্যাসমূহেৰে চিহ্নিত কৰা হৈছে। ঘনকটোৰ পিঠিসমূহত থকা সংখ্যাসমূহৰ যোগফল কিমান?

Ans: A cube has six faces. The six consecutive prime numbers starting from the smallest are $2, 3, 5, 7, 11, 13$. Hence, the sum is 41.

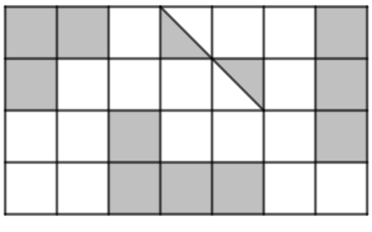
8. The number 4 is added to $3\frac{1}{2}$ and then the sum is multiplied by $2\frac{1}{3}$. What is the resulting number ?

$3\frac{1}{2}$ ৰ লগত 4 যোগ কৰা হ'ল আৰু তাৰ পাছত এই যোগফলটো $2\frac{1}{3}$ ৰে পূৰণ কৰা হ'ল। উৎপন্ন হোৱা সংখ্যাটো কিমান?

Ans : Required number $= \left(4 + 3\frac{1}{2}\right) \times 2\frac{1}{3} = \left(4 + \frac{7}{2}\right) \times \frac{7}{3} = \frac{15}{2} \times \frac{7}{3} = \frac{35}{2}$.

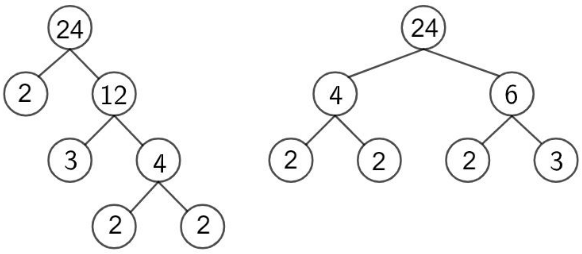
9. Observe the following rectangular grid of equal squares. What part of the grid is shaded ?

তলৰ সমান সমান বৰ্গবিশিষ্ট আয়তাকাৰ চিত্ৰটো মন কৰা। চিত্ৰটোৰ কিমান অংশত দাগ দিয়া হৈছে?



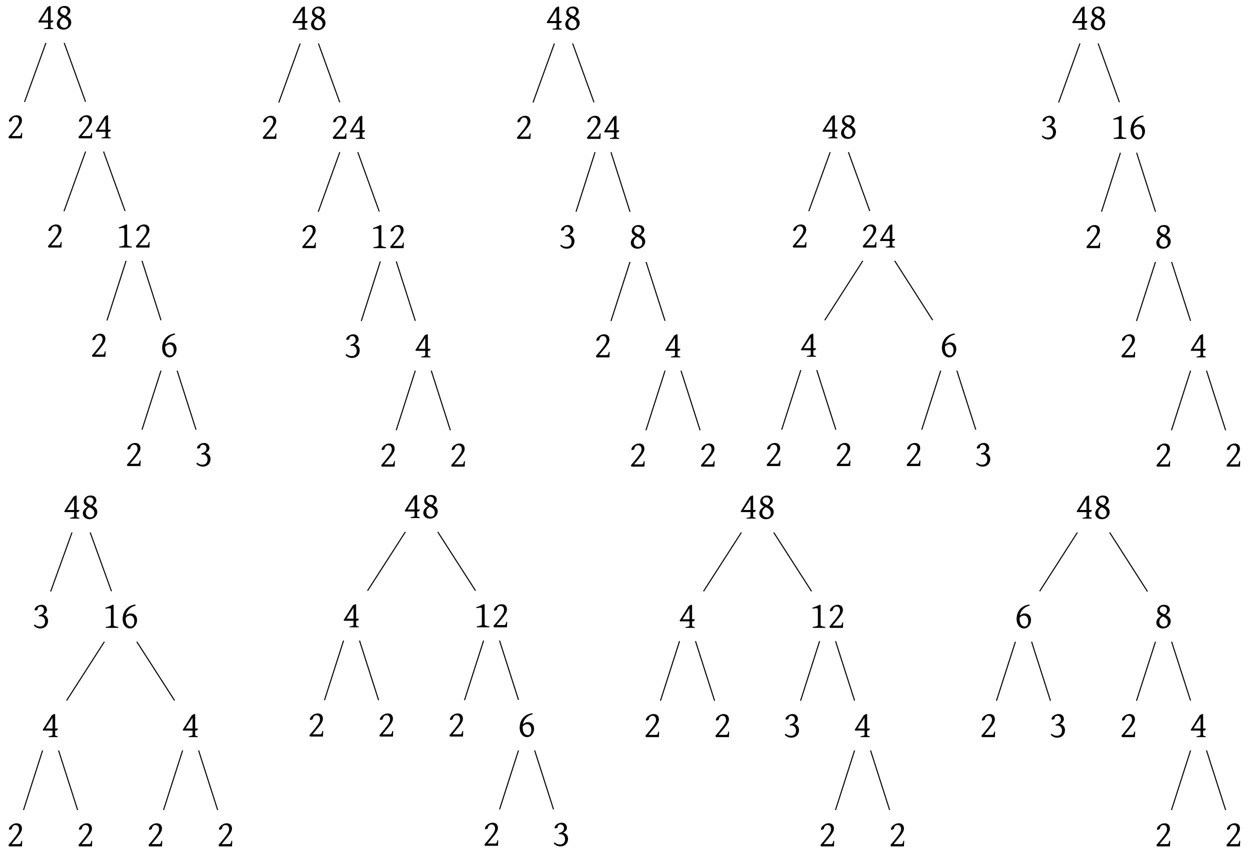
Ans : The rectangular grid is made up of $7 \times 4 = 28$ equal squares. There are 10 shaded squares and 2 half shaded squares. So total shaded area is $10 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 11$. Hence, $\frac{11}{28}$ part of the grid is shaded.

10. A factor tree is a diagram to demonstrate the breaking down of a number into its factors and gradually into its prime factors. The figures below show two different factor trees of 24. Draw five different factor trees of 48.



উৎপাদক বৃক্ষ হৈছে এনে এটা চিত্ৰ য'ত এটা সংখ্যাক ইয়াৰ উৎপাদকসমূহলৈ আৰু ক্ৰমান্বয়ে মৌলিক উৎপাদকসমূহলৈ বিভাজন হৈ যোৱাটো দেখুওৱা হয়। তলৰ চিত্ৰদুটাত 24ৰ দুডাল পৃথক উৎপাদক বৃক্ষ দেখুওৱা হৈছে। 48 ৰ পাঁচডাল পৃথক উৎপাদক বৃক্ষ অংকন কৰা।

Ans : A few factor trees of 48 are



11. Find the smallest number which when divided by $6, 12, 68$ and 102 leaves remainder 5 in each case.

এনেকুৱা আটাইতকৈ সৰু সংখ্যাটো নিৰ্ণয় কৰা যাক 6, 12, 68 আৰু 102 ৰে হৰণ কৰিলে প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতে ভাগশেষ 5 থাকে।

Ans : LCM of 6, 12, 68 and 102 is 204. The least common multiple is 204. Required number is $204 + 5 = 209$.

12. A class of 30 students took a math test. The teacher announced that the average score of the class was 85. After the test, the teacher realized that she made an error in the scores of three students. The correct scores for those student should have been 95, 80 and 60 instead of 75, 90 and 40. Calculate the correct average score of the class after considering the corrected scores.

৩০জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰী থকা শ্ৰেণী এটাত গণিতৰ পৰীক্ষা এটা লোৱা হ'ল। শিক্ষকগৰাকীয়ে ঘোষণা কৰিলে যে শ্ৰেণীটোৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ গড় নম্বৰ 85। পৰীক্ষাটো হৈ যোৱাৰ পাছত শিক্ষকগৰাকীয়ে উপলব্ধি কৰিলে যে তেওঁ তিনিগৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ নম্বৰ ভুলকৈ দিছে। আগৰ 75, 90 আৰু 40 ৰ সলনি সেই তিনিগৰাকী ছাত্ৰ ছাত্ৰীৰ নম্বৰ হ'ব লাগিছিল 95, 80 আৰু 60। শুদ্ধকৈ দিয়া নম্বৰসমূহ বিবেচনা কৰি শ্ৰেণীটোৰ ছাত্ৰ ছাত্ৰীসকলৰ শুদ্ধ গড় নম্বৰ নিৰ্ণয় কৰা।

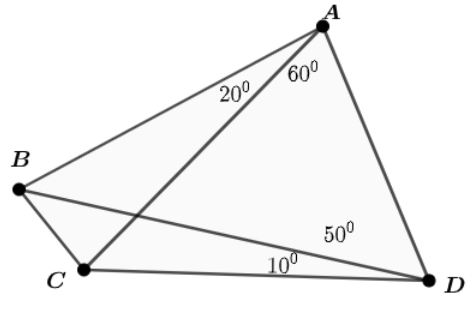
Ans : Total score before correction = $30 \times 85 = 2550$.
Total score after correction = $2550 + 95 + 80 + 60 - 75 - 90 - 40 = 2580$
Average : $\frac{2580}{30} = 86$.

13. The number $21x8$ is divisible by 3. What are the possible values of x?
$21x8$ সংখ্যাটো 3ৰে বিভাজ্য হ'বলৈ হ'লে x ৰ সম্ভৱপৰ মান কি কি হ'ব?

Ans : Since $21x8$ is divisible by 3, so the sum of its digits is divisible by 3. Thus, $2 + 1 + x + 8 = 11 + x$ is divisible by 3. Hence, $11 + x$ can be $0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, \ldots$. But x is a digit and so it lies between 0 and 9. The only possible values are $11 + x = 12$, $11 + x = 15$ and $11 + x = 18$. So, $x = 1$ or $x = 4$ or $x = 7$.

14. Given a convex quadrilateral $ABCD$ with $\angle BAC = 20^0$, $\angle CAD = 60^0$, $\angle ADB = 50^0$ and $\angle BDC = 10^0$. Find $\angle ACB$.

এটা উত্তল চতুৰ্ভুজক্ষেত্ৰ ABCD দিয়া আছে য'ত $\angle BAC = 20^0$, $\angle CAD = 60^0$, $\angle ADB = 50^0$ and $\angle BDC = 10^0$. $\angle ACB$ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।



Ans : In $\triangle ACD$, $\angle CAD = 60^0 = 50^0 + 10^0 = \angle ADB + \angle BDC = \angle ADC$. Hence, $\triangle ACD$ is equilateral. So, $AC = AD = CD$. Also, in $\triangle ABD$,

$\angle ABD = 180^0 - (20^0 + 60^0 - 50^0) = 50^0$. Thus, $\angle ABD = \angle ADB$. So, $\triangle ABD$ is isosceles and $AB = AD$. But $AD = CD$ as shown earlier. Hence, $AB = AC$, so that $\triangle ABC$ is isosceles. So, $\angle ACB = \frac{1}{2}(180^0 - 20^0) = 80^0$.

15. A red coloured solid cube is cut into eight equal small cubes and the uncoloured faces of these small cubes are coloured blue. Each small cube is again cut into eight equal mini cubes and the uncoloured faces of these mini cubes are coloured yellow. How many of the mini cubes have

    (a) only two faces of red colour

    (b) only two faces of blue colour

    (c) only three faces of yellow colour.

    এটা ৰঙা ৰঙৰ গোটা ঘনকক আঠটা সমান সমান সৰু ঘনকত ভাগ কৰা হ'ল আৰু সৰু ঘনকসমূহৰ ৰঙ নথকা পিঠিসমূহত নীলা ৰঙ কৰা হ'ল। প্ৰতিটো সৰু ঘনকক আকৌ আঠটা সমান সমান সৰু ঘনকত ভাগ কৰা হ'ল আৰু এই সৰু ঘনকসমূহৰ ৰঙ নথকা পিঠিসমূহত হালধীয়া ৰঙ কৰা হ'ল। এই সৰু ঘনকসমূহৰ কিমানটাত

    (a) কেৱল দুখন ৰঙা ৰঙৰ পিঠি থাকিব?

    (b) কেৱল দুখন নীলা ৰঙৰ পিঠি থাকিব?

    (c) কেৱল তিনিখন হালধীয়া ৰঙৰ পিঠি থাকিব?

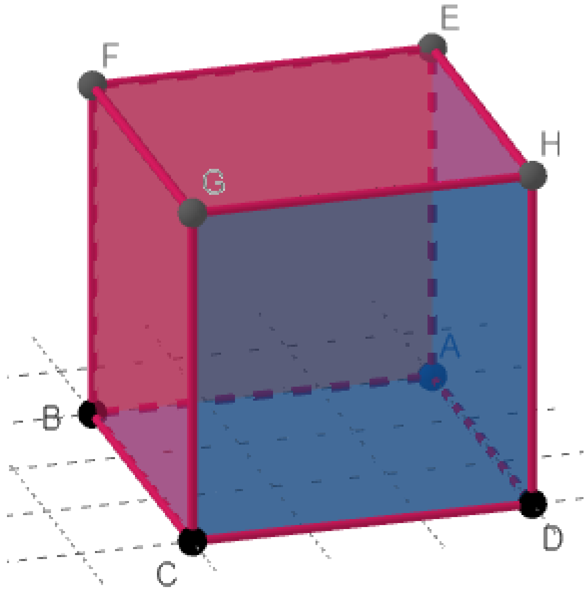


Figure 1: Small Cube

Ans : Each small cube has three faces of red colour with common vertex F in figure and three faces of blue colour with common vertex D in figure. When this small cube is cut into eight mini cubes, the three mini cubes having one

of their vertices as B, G or E will have two red faces while the three mini cubes with one of their vertices as A, C or H will have two blue faces. Since there are eight small cubes and each is cut into eight mini cubes, so the number of mini cubes having exactly two faces of red colour is $3 \times 8 = 24$. Similarly, the number of mini cubes having exactly two faces of blue colour is $3 \times 8 = 24$. Also, every mini cube will have exactly three faces of yellow colour. So, the required number is $8 \times 8 = 64$.

16. Find the number of whole number solutions of the equation $x + y = 6174$ i.e. solutions where x, y are whole numbers i.e. $0, 1, 2, 3, \ldots$. Also, list all the solutions. For example, $x = 5, y = 6169$ is a solution as $5 + 6169 = 6174$. Similarly, $x = 6169, y = 5$ and $x = 2000, y = 4174$ are solutions.

    $x+y = 6174$ সমীকৰণটোৰ কিমানটা পূৰ্ণ সংখ্যা সমাধান (অৰ্থাৎ এনেকুৱা সমাধান য'ত x, y পূৰ্ণ সংখ্যা) থাকিব নিৰ্ণয় কৰা। সেই সমাধানসমূহ কি কি? উদাহৰণস্বৰূপে, $x = 5, y = 6169$ এটা সমাধান যিহেতু $5+6169 = 6174$. একেদৰে, $x = 6169, y = 5$ and $x = 2000, y = 4174$ আন দুটা সমাধান।

    Ans : It is easily seen that starting from $x = 0$ and taking consecutive integer values for x, we can get all the solutions. $x = 0, y = 6174$; $x = 1, y = 6173$; $x = 2, y = 6172$, $x = 3, y = 6171$; ......; $x = 6174, y = 0$. There are 6175 solutions all together.

17. The sum of two natural numbers is equal to the sum of the perfect square just greater than 100 and the perfect cube just less than 1000. Their difference is a perfect square greater than 100. Find all such pairs of natural numbers.

    দুটা স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ যোগফল 100 তকৈ ঠিক ডাঙৰ পূৰ্ণবৰ্গ সংখ্যা আৰু 1000 তকৈ ঠিক সৰু পূৰ্ণঘন সংখ্যা দুটাৰ যোগফলৰ সমান। সংখ্যাদুটাৰ পাৰ্থক্য হৈছে 100 তকৈ ডাঙৰ এটা পূৰ্ণবৰ্গ সংখ্যা। এনেকুৱা আটাইবোৰ স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ যোৰসমূহ নিৰ্ণয় কৰা।

    Ans : Let x and y be the natural numbers. Then $x + y = 121 + 729 = 850$. Also, $x - y$ is a perfect square greater then 100. So, $x - y = 11^2, 12^2, 13^2, \ldots$. But $(x+y)+(x-y) = 2x$ is an even number and $x+y = 850$ is also even. So, $x-y$ has to be even. Thus, $x - y = 12^2, 14^2, 16^2, 18^2, 20^2, 22^2, 24^2, 26^2, 28^2, \ldots$ If $x + y = 30^2 = 900$, then $(x + y) + (x - y) = 2x = 1750$ so that $x = 875$ but this is not possible as x and y are natural numbers and $x + y = 850$. Hence, the only possible values of $x - y$ are $12^2, 14^2, 16^2, 18^2, 20^2, 22^2, 24^2, 26^2, 28^2$. Now we can find the values of x and y for each case. If $x - y = 12^2 = 144$, then $2x = 850 + 144 = 994 \Rightarrow x = 497, y = 850 - 497 = 353$. The other cases are left for the students to compute.

18. Consider the collections $A = \{1, 2, 3, 4\}$ and $B = \{a, b\}$. We try to link each number of the collection A to a unique letter in the collection B. There are several ways of doing this. For example, $\{(1, a), (2, b), (3, b), (4, a)\}$ is one such link where 1 and 4 are linked to a and 2 and 3 are linked to b. Again,

$\{(1,a),(2,a),(3,a),(4,a)\}$ is another such link where every number is linked to a. Find all possible ways of linking the numbers to the letters.

$A = \{1,2,3,\}$ and $B = \{a,b\}$ এই সমষ্টিদুটা মন কৰা। আমি A সমষ্টিটোৰ প্ৰতিটো সংখ্যাক B সমষ্টিটোৰ এটা অদ্বিতীয় আখৰৰ সৈতে সংযুক্ত কৰিবলৈ চেষ্টা কৰোঁহক। এই কামটো বহুধৰণে কৰিব পাৰে। উদাহৰণস্বৰূপে, $\{(1,a),(2,b),(3,b),(4,a)\}$ এটা তেনেকুৱা সংযোগ য'ত 1 আৰু 4 ক a ৰ সৈতে আৰু 2 আৰু 3 ক bৰ সৈতে সংযুক্ত কৰা হৈছে। আকৌ, $\{(1,a),(2,a),(3,a),(4,a)\}$ হৈছে তেনেকুৱা আন এটা সংযোগ য'ত প্ৰতিটো সংখ্যক aৰ সৈতে সংযুক্ত কৰা হৈছে। এনেদৰে সংখ্যাসমূহক আখৰসমূহৰ সৈতে সংযুক্ত কৰিব পৰা আটাইবোৰ সম্ভৱপৰ ধৰণ লিখি উলিওৱা।

Ans : There are 16 possible ways of linking. Observe that the links in the second column can just be obtained by interchanging a and b in the corresponding links in the first column.

$\{(1,a),(2,a),(3,a),(4,a)\}$	$\{(1,b),(2,b),(3,b),(4,b)\}$
$\{(1,a),(2,a),(3,a),(4,b)\}$	$\{(1,b),(2,b),(3,b),(4,a)\}$
$\{(1,a),(2,a),(3,b),(4,a)\}$	$\{(1,b),(2,b),(3,a),(4,b)\}$
$\{(1,a),(2,b),(3,a),(4,a)\}$	$\{(1,b),(2,a),(3,b),(4,b)\}$
$\{(1,b),(2,a),(3,a),(4,a)\}$	$\{(1,a),(2,b),(3,b),(4,b)\}$
$\{(1,a),(2,a),(3,b),(4,b)\}$	$\{(1,b),(2,b),(3,a),(4,a)\}$
$\{(1,a),(2,b),(3,a),(4,b)\}$	$\{(1,b),(2,a),(3,b),(4,a)\}$
$\{(1,b),(2,a),(3,a),(4,b)\}$	$\{(1,a),(2,b),(3,b),(4,a)\}$

Such linkages are called functions. Mathematically, there are 16 functions from $A = \{1,2,3,4\}$ to $\{a,b\}$.